ANEXO B
Método de cálculo

0 Introducción

Cualquier estructura de edificación está sometida a la acción de una serie de cargas y se encuentra sujeta al suelo de tal modo que puede decirse de ella que es el esqueleto de un inmueble (objeto inmóvil). La estructura, para soportar dichas cargas, se deforma hasta alcanzar una configuración estable. En ese estado de equilibrio, cada uno de los infinitos puntos analizables de la estructura ha experimentado un determinado movimiento.

Para hacer viable numéricamente el análisis del problema hay que simplificarlo reduciendo, hasta un límite razonable, el número de puntos en los que se analiza el movimiento de la estructura. Estos puntos se denominan **nodos** o **nudos**.

Los **elementos** estructurales son las porciones de material existentes entre nudos. Cada elemento soporta una parte de las cargas y la conduce hasta los apoyos a costa de deformarse, en mayor o menor medida, dependiendo de sus características mecánicas y de rigidez.

El programa Architrave® permite calcular y analizar los esfuerzos a los que están sometidos los elementos de una estructura de edificación y obtener los movimientos de sus nudos.

En general, el cálculo consiste en determinar estos movimientos $\vec{U}$ conociendo la rigidez $|K|$ de la estructura y las acciones $\vec{F}$ aplicadas. Esto da como resultado un sistema de ecuaciones lineales simultáneas.

El cálculo de los movimientos (desplazamientos y giros) y de las deformaciones de la estructura debidos a un sistema de acciones externas se lleva a cabo siguiendo el denominado Método Matricial de las **Rigideces** para el caso de cálculo estático y la **Superposición Modal** para el cálculo dinámico, que estará disponible para la siguiente versión del programa Architrave®.

1 Cálculo estático

El sistema de ecuaciones formado por la matriz de rigidez global de la estructura y por el vector de cargas,

$$\vec{F} = |K| \cdot \vec{U}$$

se resuelve factorizando la matriz de rigidez por el método compacto de Crout.

La matriz de rigidez local de los elementos tipo barra se forma mediante una formulación explícita, teniendo en cuenta el grado de empotramiento de cada extremo de la barra al nudo correspondiente.

Para obtener la matriz de rigidez local de los elementos finitos superficiales y volumétricos se utiliza la formulación isoparamétrica. El proceso que sigue el programa para la obtención de esta matriz, de modo resumido, es el siguiente:

- Obtención de las funciones de forma $\vec{N}$ del elemento isoparamétrico que relacionan el movimiento $\vec{u}$ de un punto cualquiera del interior del elemento con los movimientos $\vec{a}$ de los nodos extremos de dicho elemento.

  $$\vec{u} = \vec{N}\vec{a} = \sum N_i a_i$$

- Cálculo de las deformaciones unitarias del material en función de los movimientos de cualquier punto del elemento.

  $$\vec{\varepsilon} = \vec{L}\vec{u} = \sum B_i a_i = \vec{B}\vec{a}$$

  siendo $\vec{B_i} = \vec{L}\vec{N_i}$

- Expresión de la relación entre tensiones y deformaciones a través de la matriz de elasticidad o de flexión D.

  $$\vec{\sigma} = \vec{D}\vec{\varepsilon} = \vec{D}\vec{B}\vec{a}$$

- Aplicación del Principio de los Trabajos Virtuales a un desplazamiento virtual de los nodos. Integrando se obtiene la matriz de rigidez local del elemento.

  $$k = \int_V B_i^T D B_j \, dV$$

  Esta expresión se resuelve por integración numérica utilizando la cuadratura de Gauss-Legendre. Para ello, en los elementos triangulares se toman los tres puntos localizados en el punto medio de los lados; cuatro puntos para los tetraedros se toman los cuatro puntos ubicados en el punto medio de las aristas; finalmente, para los hexaedros se toma una cuadratura de 2x2x2.

Obtenida la matriz de rigidez en ejes locales

$$\vec{f} = |k|\vec{a}$$

se hace la transformación

$$K = R^T |k| R$$

para referirla a ejes globales de la estructura

$$\vec{F} = |K|\vec{U}$$

y se procede, a continuación, a ensamblar cada elemento en la matriz global.

De la resolución de este sistema de ecuaciones se obtienen los movimientos (desplazamientos y giros) de los nudos de la estructura, y conocidos éstos se calculan, a través de la matriz de rigidez de cada barra, los esfuerzos que solicitan sus extremos, siendo $\vec{a}$ el vector de los movimientos de los nudos extremos.

$$\vec{f} = |k| \cdot \vec{a} - \vec{f}_{emp}$$

En el caso de los elementos finitos superficiales y volumétricos se calculan las tensiones en los puntos de Gauss utilizados para la cuadratura de cada elemento y se pasan a los nudos, dichas solicitaciones se promedian entre los correspondientes a cada elemento que incide en dicho nudo.

Las tensiones en los puntos **p** de Gauss de los elementos con **n** nodos se resuelven con la expresión:

$$(\sigma)_p = \sum_{i=1}^{n} (DB_i)_p \vec{a}_i$$